

Муниципальное общеобразовательное автономное некоммерческое  
учреждение средняя общеобразовательная школа №17 им. К.В. Навальной

Критерий оценивания развёрнутых ответов ОГЭ по математике: задачи на  
построение графиков, задачи на доказательство по геометрии

Подготовила:

учитель математики

высшей категории,

эксперт ЕГЭ

Чердниченко Инесса Викторовна

г. Кореновск

2024г

В 2024 году максимальный балл за выполнения ОГЭ по математике составляет 31 балл. К сожалению, количество учащихся, набравших от 26 до 31 балла, становится меньше. Также как и при выполнении ЕГЭ по математике профильного уровня, учащиеся не выполняют задания с подробным решением второй части экзаменационной работы. Рассмотрим основные критерии оценивания заданий №22 и №25, т.к. из заданий 20-25 второй части данные номера имеют наименьший процент успешного выполнения.

За выполнение задания по теме: «Графики функций» №22 первичный балл составляет 2 балла. Надо заметить, что данное задание уже не первый год входит в состав КИМ ОГЭ по математике и критерий его оценивания не изменяется.

### Критерии оценивания выполнения задания 22

| Содержание критерия                                                                 | Баллы |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| График построен верно, верно найдены искомые значения параметра                     | 2     |
| График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                 | 0     |
| Максимальный балл                                                                   | 2     |

### Задание 22

Постройте график функции  $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной точки пересечения.

**Решение.** Функция не определена при

$$x = 0, x = \pm \frac{2}{3}.$$

При  $x > 0$  и  $x \neq \frac{2}{3}$  получаем  $y = \frac{1,5x-1}{x-1,5x^2} = -\frac{1}{x}$ .

При  $x < 0$  и  $x \neq -\frac{2}{3}$  получаем  $y = \frac{-1,5x-1}{-x-1,5x^2} = \frac{1}{x}$ .

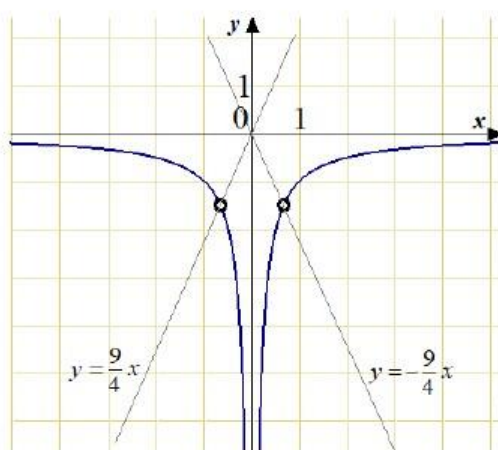
График функции состоит из частей двух гипербол, из которых выколоты точки

$$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}\right) \text{ и } \left(\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}\right).$$

Прямая  $y = kx$  не пересекает график, если она горизонтальна или если она проходит через одну из выколотых точек, то есть если  $k = \pm \frac{9}{4}$ .

Если  $k = \pm \frac{9}{4}$ , то прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной точки пересечения.

**Ответ:**  $0, -\frac{9}{4}, \frac{9}{4}$ .



Примеры из материалов для работы экспертных комиссий (ФИПИ):

**Пример 1.** Постройте график функции  $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной точки пересечения.

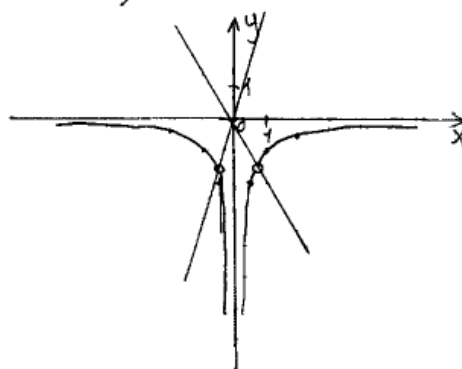
$$\sim 22) y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$$

1) если  $x \geq 0$ , то

$$y = \frac{1,5x-1}{1-1,5x^2} = \frac{1,5x-1}{-x(1,5x-1)} = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}, \text{ где } x \neq \frac{2}{3} \text{ и } y \neq -\frac{3}{2}$$

2) если  $x < 0$ , то

$$y = \frac{-1,5x-1}{-x-1,5x^2} = \frac{-1,5x-1}{x(-1,5x-1)} = \frac{1}{x}, \text{ где } x \neq -\frac{2}{3} \text{ и } y \neq -\frac{3}{2}$$



$y = kx$  не будет иметь общих точек с графиком если  $y = 0$  ( ~~$k = 0$~~ ) то есть  $k = 0$  или если он будет проходить через выколотые точки  $(\frac{2}{3}, -\frac{3}{2})$  и  $(-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2})$ .

$$-\frac{3}{2} = k \cdot \frac{2}{3}$$

$$-\frac{3}{2} = -\frac{2}{3} k$$

$$k = -\frac{9}{4} \neq$$

$$k = \frac{9}{4}$$

$$k = -2,25$$

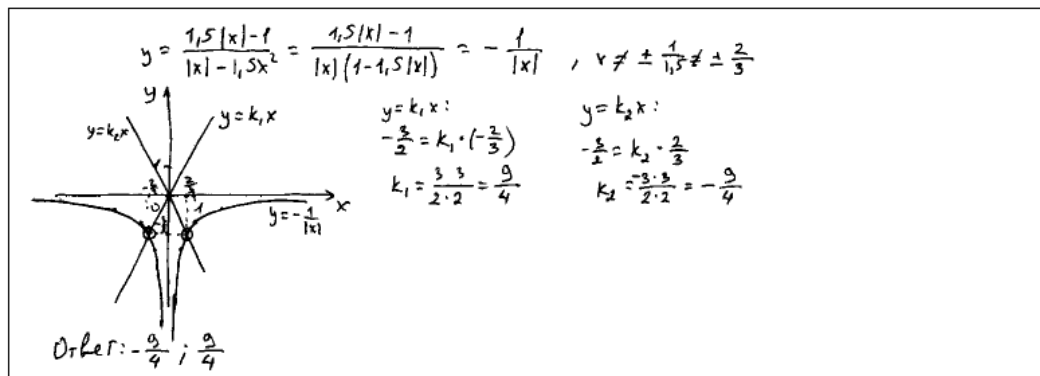
$$k = 2,25$$

Ответ.  $k = -2,25; 0; 2,25$ .

**Комментарий.** Решение полное и верное.

**Оценка 2 балла.**

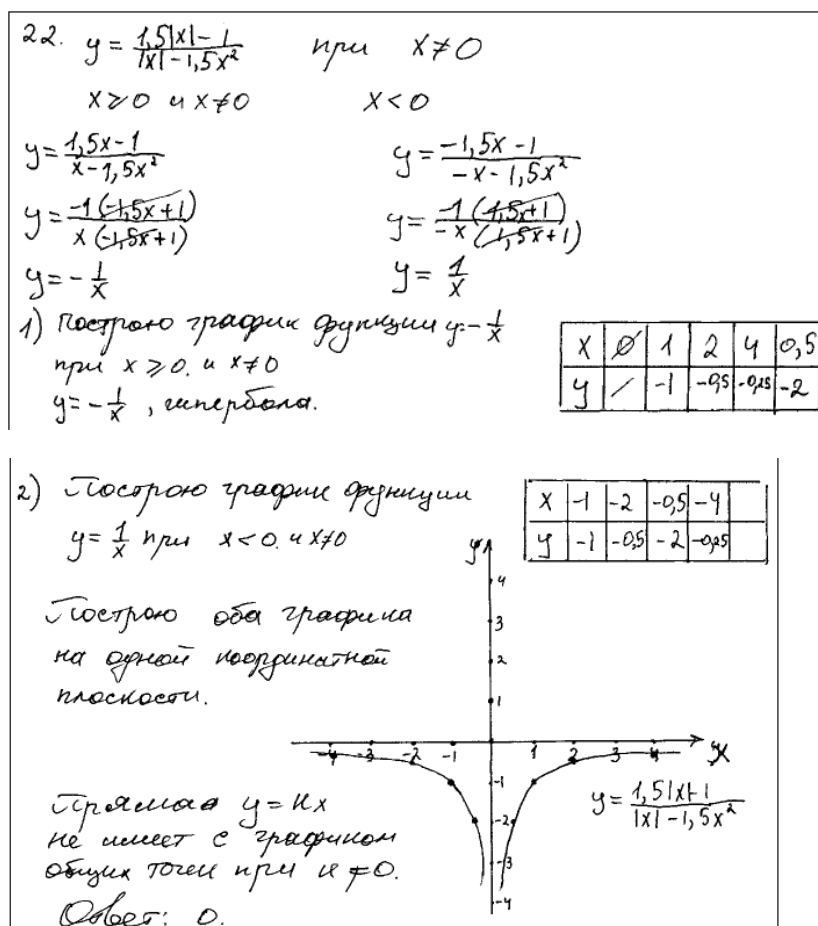
**Пример 2.** Постройте график функции  $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной точки пересечения.



**Комментарий.** График построен верно, верно найдены два из трех значений  $k$ .

**Оценка 1 балл.**

**Пример 3.** Постройте график функции  $y = \frac{1,5|x|-1}{|x|-1,5x^2}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной точки пересечения.



**Комментарий.** График построен с ошибкой: не выколоты точки, в которых функция не определена.

**Оценка 0 баллов.**

Почему важно обратить внимание на задание №22:

-в КИМ ЕГЭ по математике с 2022 года в первую часть работы добавлено задание «Графики функций»;

-данное задание ОГЭ имеет связь и с заданием из КИМ ЕГЭ по математике второй части «Параметры». А это задание решают единицы школьников.

Задание 25 также давно входит в состав КИМ ОГЭ по математике и критерий его оценивания тоже не изменяется. Но по статистике учащихся, приступивших к выполнению данного задания меньше, чем приступивших к номеру 22. Рассмотрим критерии оценивания:

**Критерии оценивания выполнения задания 25**

| Содержание критерия                                                                         | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Ход решения верный, получен верный ответ                                                    | 2     |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                         | 0     |
| Максимальный балл                                                                           | 2     |

**Задание 25**

В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$ , делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 25:24, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=14$ .

**Решение.** Пусть биссектриса, проведенная из угла  $A$ , пересекает высоту  $BH$  в точке  $O$  (см. рис.). Пользуясь свойством биссектрисы, из треугольника  $ABH$  находим:

$$\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{25}{24}.$$

Следовательно,

$$\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{24}{25}.$$

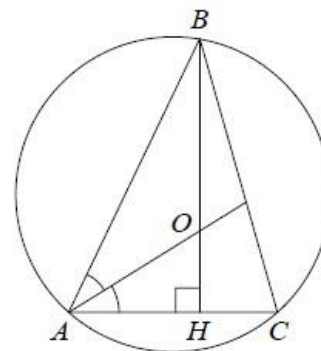
Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2} = \frac{7}{25}.$$

По теореме синусов из треугольника  $ABC$  находим:

$$\frac{BC}{2 \sin A} = \frac{14 \cdot 25}{2 \cdot 7} = 25.$$

Ответ: 25.



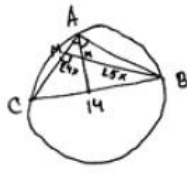
## Примеры из материалов для работы экспертных комиссий (ФИПИ):

**Пример 1.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $25:24$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=14$ .

Ответ: 25.

**Решение:**

Дано:  $\triangle ABC$   
 $AM - \text{биссектриса}$   
 $\frac{BM}{MH} = \frac{25}{24}$   
 $BC = 14$   
 Найти:  $R$



$AM - \text{биссектриса (по условию)}$   
 $\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$   
 Пусть  $AM = 24y$ , тогда  $AB = 25y$   
 $MB = 7y$  (по теореме Пифагора)  
 $\sin A = \frac{7}{25}$   
 $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$   
 $R = 25$   
 Ответ: 25.

**Комментарий.** Решение полное и верное.

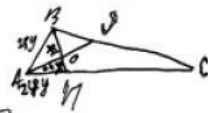
Оценка 2 балла.

**Пример 2.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $25:24$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=14$ .

Ответ: 25.

**Решение:**

Дано:  $\triangle ABC$   
 $BM - \text{высота}$   
 $AM - \text{биссектриса}$   
 $BC = 14$   
 $BO : OM = 25x : 24x$   
 Найти:  $R$



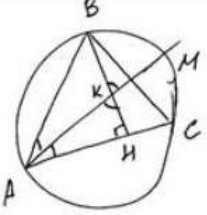
1)  $\frac{AB}{AM} = \frac{BM}{OM} = \frac{25}{24}$  - свойство биссектрисы  $\triangle ABM$   
 2)  $\triangle ABM$  - прямоугольный  $\Rightarrow$   
 $25^2 y^2 = AB^2 = AM^2 + BM^2$  (Пифагор)  $\Rightarrow$   
 $25^2 y^2 = 24^2 y^2 + (49x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$   
 $y = 7x$   
 3)  $\sin \angle BAM = \sin \angle CAM = \frac{BM}{AB} = \frac{49x}{25y} = \frac{49x}{25 \cdot 7x} = \frac{7}{25}$   
 4)  $2R = \frac{BC}{\sin A}$  (следствие из теоремы синусов)  $\Rightarrow$   
 $2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 25$  Ответ:  $R = 25$

**Комментарий.** Ход решения понятен, все шаги присутствуют, но допущена математическая ошибка: при возведении в квадрат выражений  $25y$  и  $24y$  коэффициенты остались без изменения.

Оценка 0 баллов.

**Пример 3.** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $25:24$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=14$ .

Ответ: 25.



Дано  
 $\triangle ABC$   
 $AM$  - биссектриса  
 $BH$  - высота  
 $BK:KH = 25:24$   
 $BC = 14$   
 $R = ?$

Решение

1)  $\angle BKM$  опирается на ту же дугу что и  $\angle BAM$ , значит  
 $\angle BKM = \angle BAM$

2)  $\angle BKM = \angle AKH$ , как вертикальные углы  
 $\angle BKM = \angle BAM = \angle MAC$

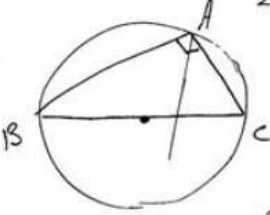
3) Рассмотрим  $\triangle AKH$ :  
 $\angle AHB = 90^\circ$  - прямой, так  $BH$  - высота к  $AC$ .  
 $\angle KAH = \angle AKH$  (по 2.), то  
 $\angle KAC = 45^\circ$

4)  $\angle BAC = \angle BAM + \angle MAC$

$\angle MAC = 45^\circ = \angle BAM$ , то  
 $\angle BAC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\angle BAC = 90^\circ$ , то  
 $BC = d = 2R = 14$   
 $R = 7$

Ответ: 7

5) 

**Комментарий.** Свойство вписанных углов применяется к углу  $BKM$ , который не является вписанным. Это геометрическая ошибка.

Оценка 0 баллов.

Таким образом, мы видим, что при отсутствии выводов и доказательств, задание 25 ОГЭ по математике оценивается в 0 баллов. Каждый шаг решения должен быть обоснован, т.е. доказан и подтверждён свойствами и теоремами. 1 бал можно получить только в случае допущения арифметической ошибки: сложение, вычитание, умножение, деление. В примере 2 указано: неверно возведены в квадрат коэффициенты, и это не является арифметической ошибкой.

Следует отметить, что учащиеся района, к сожалению, не справляются с данными заданиями, процент выполнения близок к 0 даже на 1 балл (т.е. доходит до 100% участников ОГЭ нашего района по 0 баллов).

Вывод:

-Следует проговаривать учащимся критерии оценивания, чтобы каждый чётко понимал, что, выполнив только часть задания №22 (построив верно график) можно получить хотя бы 1 балл.

-Постоянно напоминать, что данные задания являются основой для подготовки к решению заданий второй части с развёрнутым ответом ЕГЭ по математике профильного уровня;

-Включать задания номер 22 и 25 ОГЭ по математике в состав заданий для самостоятельных работ на уроке;

-Довести до сведения учащихся, участников ОГЭ-2024 по математике, критерии оценивания всех заданий с развёрнутым ответом. Рассмотреть решения с оценками экспертов, предложенные ФИПИ.